

LIBRO PRIMERO

De las relaciones entre las razones
y las proporciones armónicas

Capítulo primero

De la música y el sonido

La música es la ciencia de los sonidos. En consecuencia, el sonido es el principal objeto de la música.

La música se divide generalmente en armonía y melodía, aunque esta última sea solo una parte de la primera. Y es suficiente conocer la armonía para estar perfectamente instruido de todas las propiedades de la música, como se probará en lo siguiente.

Dejaremos a la física la tarea de definir el sonido. En armonía se lo distingue solamente en grave y agudo, sin detenerse en su intensidad ni en su duración. Y es sobre la relación entre los sonidos agudos y graves, que todos los conocimientos de la armonía deben estar fundados.

Los sonidos graves son los más bajos, como aquellos que son emitidos por las voces masculinas, y los agudos son los más elevados, como los que son emitidos por las voces femeninas.

Se denomina *intervalo* a la distancia que hay entre un sonido grave y uno agudo. Y de las diferentes distancias que pueden encontrarse entre un sonido y otro, se forman diferentes intervalos, cuyos grados derivan su denominación de los números de la aritmética. Así, el primer grado solo puede ser denominado por la *unidad*, por lo que se llama *unísono* a dos sonidos que están en el mismo grado; en consecuencia, el segundo grado se llama *segundo*, el 3° *tercero*, el 4° *cuarto*, el 5° *quinto*, el 6° *sexto*, el 7° *séptimo* y el 8° *octavo*, etc. Suponiendo que el primer grado es siempre el más grave, y que los otros se forman elevando la voz sucesivamente según sus grados naturales.

Capítulo segundo

De las diferentes maneras en que la relación
de los sonidos puede ser conocida por nosotros

Para conocer la relación entre los sonidos, se ha elegido una cuerda tensada de manera que ella pudiera emitir un sonido. Se divide, luego, esta cuerda en varias partes con puentes móviles, y se ha encontrado que todos los sonidos o intervalos

que podían armonizar juntos estaban contenidos en las primeras cinco divisiones de esta cuerda, al comparar recíprocamente cada longitud que resulta de esta división.

Algunos han buscado esta relación en aquello que hay entre los números que nos marcan estas divisiones. Otros han dejado de lado las longitudes que resultan de estas divisiones, y han buscado esta relación en aquello que hay entre los números que marcan estas diferentes longitudes. Otros, habiendo observado que la comunicación del sonido a los oídos no podía hacerse sin la participación del aire, han buscado esta relación en aquello que hay entre los números que nos marcan las vibraciones de estas diferentes longitudes. Y no nos detendremos en muchas otras características, cuya relación puede sernos conocida, ya sea en los diferentes grosores de la cuerda, en sus diferentes tensiones por los pesos, o en los instrumentos de viento, etc. Se ha encontrado, en una palabra, que todas las *consonancias*¹⁶ estaban contenidas en los primeros seis números, más allá de los grosores y pesos, sobre los cuales es necesario utilizar el *cuadrado*¹⁷ de estos números radicales. Lo que ha dado lugar a atribuir toda la fuerza de la armonía a la de los números. Después de esto, se trata solo de hacer una correcta aplicación de la operación sobre la que se desea fundar su sistema.

Es necesario señalar ahora, que los números que nos marcan las divisiones de la cuerda o sus vibraciones siguen su progresión natural, y que todo es fundado sobre las reglas de la aritmética. Mientras que los números que marcan la longitud de la cuerda siguen una progresión invertida de la primera. Lo que destruye una parte de las reglas de la aritmética, o más bien nos obliga a invertir las, como veremos en su momento. Pero como la elección de estas operaciones nos es indiferente con respecto a la armonía, nos enfocaremos solo en aquellas en las que los números siguen su progresión natural, porque hace todo mucho más inteligible.

Capítulo tercero

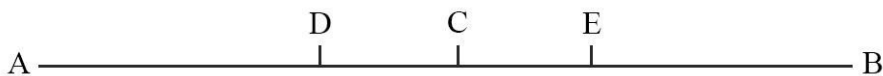
Del origen de las consonancias y de sus relaciones

El sonido es al sonido, lo mismo que la cuerda es a la cuerda: ahora bien, cada cuerda contiene en sí misma, todas las otras cuerdas que son menores que ella y no a aquellas que son más grandes; en consecuencia también en cada sonido, todos los agudos están contenidos en el grave, pero no a la inversa, es decir, todos los graves contenidos en el agudo; de donde es evidente que se debe buscar el término más agudo por la división del más grave; cuya división debe ser aritmética, es decir en partes iguales, etc.

Sea, así pues, AB el término más grave,

¹⁶ Vea la Tabla de términos.

¹⁷ (N.T.) *cuadrado* como operación matemática. Las cursivas son del traductor.



(Gráfico 1)

del cual si deseo encontrar el término más agudo, para formar la primera de todas las consonancias, entonces lo divido en dos (siendo este número el primero de todos) como ustedes pueden ver que se ha hecho en el punto C, entonces AC, AB, están distanciados uno del otro por la primera de las consonancias, la octava o diapasón. Si deseo tener las otras consonancias que siguen inmediatamente a la primera, divido AB en tres partes iguales, entonces no resultará solamente un término agudo, sino dos; a saber, AD, AE, de donde nacerán dos consonancias del mismo género; a saber, una duodécima y una quinta; Luego otra vez puedo dividir la línea A, B, en 4, 5 o 6 partes, y no más, porque la capacidad de los oídos no se extiende más allá de eso.

Descartes. *Abrégé de la musique*¹⁸

Para hacer más evidente esta proposición, tomaremos siete cuerdas cuyas divisiones estarán indicadas por números, suponiendo que están todas afinadas al unísono, sin preocuparse, por lo demás, por ninguna otra igualdad. Se pondrán, luego, los números en su orden natural al lado de cada cuerda, como se ha observado en la siguiente demostración, cada número marcando la división en partes iguales de la cuerda que le corresponde.

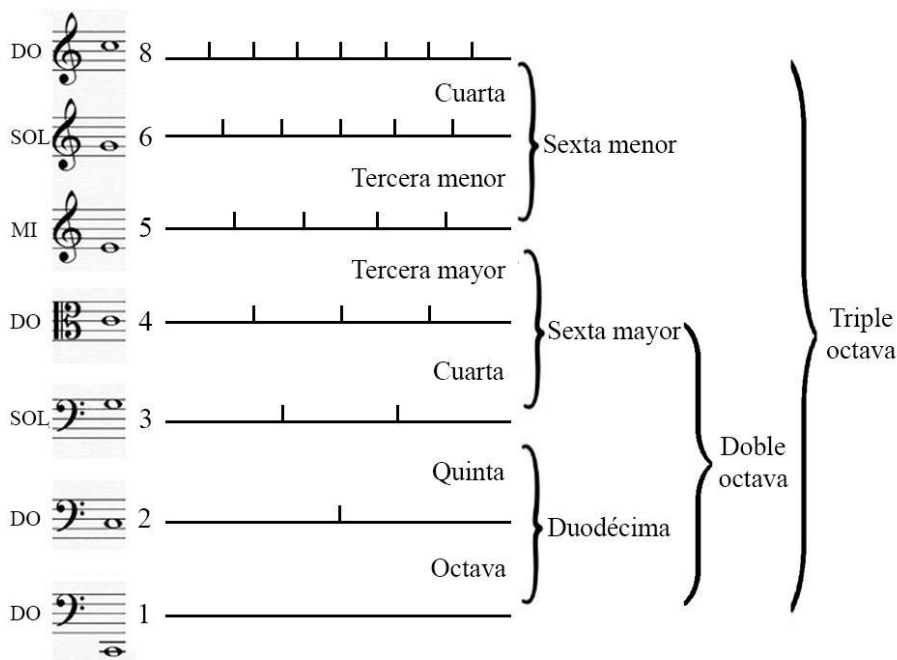
Se hará notar solamente que el número 7 no puede dar intervalos agradables (como es evidente a los conocedores), y asumimos que el número 8, que es el primero después del 7, sea el doble de uno de los que están contenidos en el *Senario*¹⁹,

¹⁸ (N.T.) *Abrégé de la musique* (Compendio de música) fue incluido en el *Traité de la mechanics* editado en 1668. De esta edición es que Rameau toma ésta cita y todas las siguientes en este Tratado de armonía. El título original en latín es *Musicae compendium*. Existe una traducción al castellano de Primitiva Flores y Carmen Gallardo. *Compendio de música*, Ed. Tecnos, 2001. La cita corresponde a la página 67 de la traducción al español, y página 60 de la traducción del latín al francés de 1668.

¹⁹ (N.T.) El número Senario de Zarlino es una ampliación de la tetraktys pitagórica. Para los pitagóricos el universo estaba organizado mediante la armonía de los números 1, 2, 3, y 4. Para Zarlino de modo similar la naturaleza se organiza en torno a los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6, números que también rigen las cuestiones musicales, sobre todo las proporciones de las consonancias musicales. Todas las razones con términos entre 1 y 6 forman consonancias o sus compuestos a la octava. “Historia de la música en 6 bloques, bloque 6, ética y estética”, Roberto Pajares Alonso, p. 133. Vea también de Zarlino *Le Istitutioni harmoniche* Libro 1, cap. 14 y 15. (1558)

haciendo la triple octava con 1. Lo que no aumenta la cantidad de números propuestos, ya que 6 y 8 nos dan los mismos intervalos que 3 y 4. Todo número representa siempre a aquel del cual es el doble.

Demostración



(Gráfico 2)

Primero se debe recordar que los números marcan la división de la unidad, así como también la de la cuerda entera que corresponde a 1.

El orden del origen y de la perfección de estas consonancias se encuentra determinada por estos números. De modo que la octava entre 1 y 2 que es engendrada primera, es más perfecta que la quinta, que se encuentra entre 2 y 3. De allí a la cuarta que está entre 3 y 4, siguiendo siempre la progresión natural de los números, y admitiendo las sextas como las últimas.

El nombre de las notas debe hacer que parezca que la cuerda 1, su octava 2, su doble, y su triple octava 4 y 8 solo producen, por así decirlo, un mismo sonido. Además, la disposición de estas notas, conforme al orden de los números y de las divisiones de la cuerda, brinda la armonía más perfecta que se pueda imaginar, como es libre para todos el probarlo. Con respecto a las propiedades particulares de cada sonido o consonancia, los distribuiremos por artículos, para dar una idea más clara.

Artículo primero

Del principio de la armonía o sonido fundamental

Debemos asumir primero que la cuerda que corresponde a 1 produce un cierto sonido, cuyas propiedades es necesario examinar, relacionándolas con las de esta sola cuerda, o incluso con las de la unidad que es el principio de todos los números.

1°. Las diferentes divisiones marcadas en todas las cuerdas iguales a la primera, y determinadas por la cantidad que contiene cada número que les corresponde, nos prueban, evidentemente, que cada parte de estas cuerdas proviene de la primera. Ya que estas partes que están contenidas en esta cuerda dividida, son engendradas del primer sonido, que es en consecuencia el principio y el fundamento.

2°. De las diferentes distancias que se encuentran entre este sonido fundamental y aquellos que él ha engendrado por su división, se forman diferentes intervalos, de los cuales, en consecuencia, este sonido fundamental es el principio.

3°. Y finalmente, de la unión de estos diferentes intervalos, se forman diferentes consonancias, cuya armonía no puede ser perfecta, si este primer sonido no reina bajo ellas, como la base y el fundamento, según lo que aparece en la demostración. Por lo tanto, este primer sonido sigue siendo el principio de estas consonancias y de la armonía que ellas forman.

Veremos en los artículos que siguen los sonidos que tienen la mayor correspondencia con este principio, y el uso que se hace de ellos.

Artículo segundo

Del unísono

El unísono es estrictamente hablando, un solo sonido, que puede ser emitido por varias voces, o por varios instrumentos, como aparece en las siete cuerdas de la demostración precedente antes que ellas sean divididas. Por lo que se dice que el unísono no es una consonancia, porque no encuentra la condición necesaria para ser una, a saber, la diferencia de los sonidos con respecto al grave y al agudo. Pero tiene la misma relación con las consonancias, que la unidad tiene con los números.

Artículo tercero

De la octava

La proporción del todo a su mitad, o de la mitad al todo, es tan natural que es lo primero que se entiende. Lo que debería advertirnos a favor de la octava, cuya razón es de 1 a 2. La unidad es el principio de los números, y 2 es el primero, se encuentra

una gran relación entre estos dos epítetos, *principio* y *primero*, cuya aplicación es muy legítima. Asimismo, en la práctica, la octava se distingue solo bajo el nombre de *réplica*. Toda réplica está, por lo pronto, confundida con su principio, como así parece por el nombre de las notas de la demostración precedente. Y esta réplica está menos considerada como un acorde que como un complemento de los acordes, lo que hace que algunos la comparen al cero. Las voces masculinas y femeninas entonan naturalmente a la octava, creyendo entonar al unísono o el mismo sonido. En flautas esta octava depende solo de la fuerza del viento. Y si tomamos una viola cuyas cuerdas son lo suficientemente largas como para poder distinguir sus oscilaciones, se notará que haciendo resonar una cuerda con un poco de violencia, aquellas que son una octava más bajas o más altas temblarán solas, mientras que solo el sonido agudo de la quinta temblará, y no el grave²⁰. Lo que prueba que el principio de la octava está confundido en los dos sonidos que la forman, y que el de la quinta, y en consecuencia el de todos los otros intervalos, reside únicamente en el sonido grave y fundamental. Descartes fue engañado aquí por la prueba falsa que extrae de un laúd, con respecto a la octava.²¹

Además, la octava sirve de límites a todos los intervalos, y todo lo que es engendrado por la división del principio puede, después de haber sido comparado con este principio, también ser comparado con su octava. Esta comparación doble solo produce en la armonía la única diversidad que puede provenir de la diferente ubicación de dos términos, como 2:3 o 3:2, lo que se llama en términos de geometría, *razón invertida* o *comparación invertida*. Ahora, como esta comparación invertida no es otra cosa en armonía que la transposición de un sonido grave al agudo, ya que si 2 marca el sonido grave siendo el primero, marcará, por lo tanto, el sonido agudo siendo el último, debemos distinguir esta transposición por el número que representa la octava, poniendo 3:4 en vez de 3:2. Esto debería hacernos percibir que cada número multiplicado geoméricamente siempre representa, por así decirlo, el mismo sonido, o que da la réplica de aquel que es su raíz.²² Esto se prueba en la demostración anterior, comenzando esta multiplicación por el número 2, que es el primero engendrado por la división de la unidad. Dicha unidad le cede a este número, el privilegio de engendrar en su lugar todo el resto, sin perder nada de su fuerza, porque lo que armoniza con 2, armoniza igualmente con 1. La octava, la doble, la triple octava, y más, si se quiere, son solo en el fondo un mismo intervalo, que se distinguen solamente bajo el nombre de doble o réplica, así también la quinta de la duo-

²⁰ (N.T.) Es decir, vibra la quinta superior pero no la quinta inferior

²¹ (N.T.) Descartes dice lo siguiente en *Musicae compendium* (1618) “[...] de los dos términos que se necesitan en una consonancia, el más grave es con mucho el más potente, y, en cierto modo, contiene en sí al otro. Como queda claro en las cuerdas de un laúd: cuando se pulsa alguna de ellas, las que son más agudas una octava o una quinta vibran y resuenan espontáneamente; sin embargo, las más graves no actúan así, al menos aparentemente.” Descartes, *Compendio de música*, ed tecnos, 2001, pp. 67-68.

²² (N.T) Vea proporción geométrica en Nota al pie 28.

décima, etc. Solo para encontrar los números medios que pueden armonizar con cada término de esta razón 1:2, se la multiplica tanto como sea necesario, encontrándose por ejemplo 3 entre 2 y 4; 5, 6, 7, entre 4 y 8, y más y más hasta el infinito; 2:4 o 4:8 estando en la misma razón que 1:2.

De la conformidad que se encuentra entre los intervalos que nacen de los números comparados indiferentemente a 1 y 2, aunque esté siempre por encima de 1 y por encima de 2, nosotros podemos juzgar que estos mismos números comparados por encima de 1 y por debajo de 2 formarán los intervalos, cuya relación será casi igual. Pero además, de esta comparación invertida, que solo proviene de la transposición de un sonido en su octava, o de un número a su doble, nosotros debemos juzgar que la relación de estos sonidos así transportados solo puede ser alterada por una diferencia de proporción, que no causa casi nada al oído, ya que la proporción de 2 a 4 tiene más o menos el mismo efecto que la de 2 a 2, como todo lo que acabamos de decir, unido a la experiencia, lo demuestra suficientemente. Lo que dio lugar a atribuirle a la octava la misma fuerza que al sonido principal y fundamental de esta octava: La octava, dice Zarlino, *es la madre, la fuente y el origen de todos los intervalos, es por la división de estos dos términos que se engendran todos los acordes armoniosos.*²³ Sin embargo, aunque esto sea verdad en cualquier caso, es siempre de la división del Sonido único y fundamental que se engendran todos los otros sonidos, y en consecuencia todos los intervalos y todos los acordes. De modo que para hacer valer la impresión de Zarlino, no podemos sino agregarle, que, por lo pronto, el sonido fundamental se sirve de su octava como de un segundo término donde deben corresponder todos los intervalos engendrados por su división. Así se marca mejor que el sonido fundamental es el comienzo y el fin. Esta octava no tiene otras propiedades que aquellas que le son comunicadas por el sonido fundamental, que la engendró. O se puede decir mejor aún, que es siempre el mismo sonido que se transporta a su octava o a su réplica, o que se multiplica [geoméricamente], si se quiere, para determinar de todos lados, los intervalos particulares de cada sonido engendrado por el sonido fundamental. Esto no altera, sin embargo, las propiedades que le habían correspondido a estos sonidos engendrados en la primera comparación que

²³ Zarlino, “Le istituzioni armoniche”, tercera parte, cap 3, pag. 174. (N.T.) La traducción que Rameau hace de Zarlino en esta parte, se ve forzada por llevarlo a su dirección. En el capítulo 3 de “Le istituzioni armoniche” Zarlino trata de diferenciar los intervalos simples de los compuestos, y en el fragmento específico que toma Rameau, Zarlino sostiene que la octava es un intervalo simple y no compuesto “si può concludere, ch'ella sia semplice, & senza compositione; & essendo prima, ch'ella sia madre, genitrice, fonte, & principio, dal quale deriva ogn'altra Consonanza, & ogn'altro Intervallo; conciosia che quello ch'è primo, sempre è cagione di quello, che vien dopoi, & non per il contrario.” (se puede concluir que es simple, y sin composición; y siendo el primero, es la madre, el generador, el origen y el principio del cual se derivan todas las consonancias, y todos los intervalos; concluyo que lo que es primero, siempre es la causa de lo que viene después de él, y no al revés.) Rameau agrega, entonces, nociones más específicas que no aparecen en Zarlino.

ha debido hacerse primero con este sonido fundamental. Tal sonido ha formado una consonancia perfecta con el sonido fundamental, que la forma igualmente con su octava. Tal otro ha formado de un lado una consonancia imperfecta o una disonancia, que la forma igualmente del otro lado. Otro ha tenido que ascender o descender de un lado, y ascender o descender del otro. En resumen, todo lo que armoniza de un lado armoniza también del otro. Y nada se altera de ninguna manera, excepto la perfección asociada a los acordes formados por las consonancias principales, donde el sonido fundamental ocupa su lugar natural, que es el lugar más grave. Se encuentra debidamente alterada, cuando este sonido fundamental se transporta a su octava para introducir la diversidad por el orden diferente que estas mismas consonancias tienen entre ellas, como se puede probar en la demostración anterior. Allí obtendremos una satisfacción muy grande por la disposición actual de todas las consonancias, y esta satisfacción se verá disminuida sin chocarle, sin embargo, al oído, si suprimimos los sonidos 1, 2, y luego los sonidos 1, 2, 3, 4,²⁴ aunque esto sea aún más notable en el desarrollo de una pieza musical.

De todas estas observaciones podemos concluir que un sonido cualquiera siempre está sobrentendido en su octava. Descartes coincide en parte, cuando dice *que no se escucha jamás ningún sonido, sin que su octava superior parezca tocar los oídos de algún modo*,²⁵ y habría podido ser añadido *la octava inferior*, si no hubiese sido engañado en la prueba que ha extraído de un laúd (como lo hemos dicho) o si hubiera hecho caso de la opinión de Aristóteles, que da en su 24, y 43 Problema (con relación a Desermes²⁶) *si se toca la cuerda nete que hace el agudo de la octava, se escuchara también la cuerda hypate²⁷ que hace el grave, porque el final lánguido del sonido agudo es el comienzo del sonido grave que se asemeja al eco o a la imagen del sonido agudo*. No puede haber un músico que no se sirva de estas expresiones, *tal sonido, tal nota, o tal intervalo está sobreentendido*, agregando, a veces, *en el bajo*, de manera que la expresión advierte a menudo en este caso a los que menos saben de su fuerza. Como las razones armónicas solo nos ofrecen el acorde perfecto, no se pueden, entonces, admitir los acordes de sexta y de cuarta y sexta que de ahí se derivan, sin suponer que el sonido fundamental de este acorde perfecto subyace en su octava. De lo contrario, se debe destruir todo principio. Y por sobre todo esto, la experiencia que nos hace sentir que un acorde compuesto por la tercera y la quinta, es siempre perfecto y completo sin la octava, nos deja pensar que esta octava puesta

²⁴ (N.T.) De la primera supresión se obtiene el acorde de cuarta-sexta, y de la segunda supresión el acorde de sexta.

²⁵ Descartes, p. 61. (N.T.) Descartes, Compendio de música, p. 70

²⁶ Desermes, pag 43 (N.T.) Marin Mersenne (1588-1648), bajo el seudónimo de Sieur de Sermes. fue un teólogo, matemático y filósofo francés. Estudioso de la música, se ocupó de sus diversos aspectos en obras como *Les préludes de l'harmonie universelle* (1634) y *Harmonie universelle, contenant la théorie et la pratique de la musique* (1636-37).

²⁷ (N.T) Nete es la cuerda más aguda de la Lira de la Grecia clásica. Hypate es su cuerda más grave.

por encima de esta tercera y esta quinta, con las cuales forma, por lo pronto, una sexta y una cuarta, nos hace escuchar, sin embargo, un acorde que es siempre bueno, aunque el sonido fundamental ya no esté presente. Por lo tanto, el sonido fundamental es transportado o sobrentendido en su octava, de donde viene que este último acorde es menos perfecto que el primero, aunque esté compuesto por los mismos sonidos. Así, estas diferentes formas de expresarse, *el principio está invertido, confundido, transportado o sobrentendido* en su octava, vuelven siempre a lo mismo. De modo que el sonido agudo de la octava, no debe ser considerado como un principio diferente de aquel del cual es engendrado inmediatamente, sino como el representante y como haciendo un todo con él, donde todos los sonidos, todos los intervalos, y todo los acordes deben comenzar y terminar. Sin olvidar, sin embargo, que todas las propiedades de esta octava, de los sonidos en general, de los intervalos y acordes dependen absolutamente de este principio único y fundamental, que nos es representado por la cuerda entera o por la unidad.

Artículo cuarto

De la quinta y de la cuarta

Los sonidos que forman la quinta y la cuarta están comprendidos en las divisiones de la cuerda entera, y en consecuencia son engendrados a partir del sonido fundamental. Sin embargo, teniendo en cuenta los intervalos, en este caso solo son la octava y la quinta los engendrados inmediatamente del sonido fundamental, porque la cuarta es solo un resultado de la octava. Esta cuarta solo proviene de la diferencia que se encuentra entre la octava y la quinta. Tampoco se la menciona en los acordes originales, en los cuales toda la fuerza solo es atribuida a la quinta sola. La octava ni siquiera es recordada, aunque esta preceda a la quinta en su origen, y que, en consecuencia, la quinta no pueda existir sin ella. De modo que si no recordamos esta octava en los acordes, es que aparentemente ella esta sobrentendida allí, de lo contrario la cuarta nunca podría ser admitida, ya que no puede subsistir sin la octava.

Es aquí que debemos dar toda la atención a la *inversión de comparación*, de la cual habíamos hablado en el artículo precedente. La *inversión* es el nudo de toda la diversidad en la que la armonía puede participar, basta conocerla para superar las mayores dificultades. Y este conocimiento solo consiste en saber distinguir los intervalos que pueden nacer de la comparación recíproca de un número medio, con cada término de la octava. De modo que si tomamos 3, que es el medio aritmético de la octava 2:4, para compararlo con cada uno de estos términos, nos dará por un lado la quinta con 2 y por otro la cuarta con 4.²⁸ Encontrándose diferencias entre estos intervalos solo en que el que provienen de la comparación hecha con el sonido grave y fundamental de la octava, debe ser, sin duda, más perfecto, que el que proviene de

²⁸ (N.T.) Es decir, resultaría 2:3 (quinta) en una parte y 3:4 (cuarta) en la otra.

la comparación hecha con el sonido agudo de la misma octava. La diferencia de proporción que se encuentra, por cierto, no nos debe detener, ya que ella solo proviene de la diferencia entre la octava y el unísono, como si comparáramos 3 a 2, y luego a 2, lo cual no causaría ninguna diferencia. Por lo tanto, esta gran relación entre los dos sonidos de la octava, los cuales se distinguen apenas del unísono, y parecen no ser más que uno, nos dan a juzgar que 2:4 tienen casi el mismo efecto en el oído que 2:2. Al mismo tiempo, debemos considerar como casi iguales dos intervalos, que difieren solo en uno de estos términos, 2 o 4, dando solo la preferencia a aquel donde el sonido fundamental ocupa su lugar natural, como procedente inmediatamente de este sonido. Lo que ha dado lugar a servirse en este caso de la *proporción aritmética* que es muy simple, ya que ella consiste solo en encontrar el medio de dos números propuestos, como hemos encontrado 3 entre el 2 y 4. Lo que ha dado lugar a aquellos que han seguido el orden de las multiplicaciones a inventar una nueva proporción que han llamado *proporción armónica*,²⁹ y que no es otra que una inversión de la anterior, como veremos en el siguiente capítulo. De modo que cada una de estas dos proporciones siendo aplicada a su objeto, nos da la quinta con respecto al sonido grave de la octava, y la cuarta con respecto al sonido agudo, y si luego se aplica una de estas proporciones al objeto de la otra, nos dará la cuarta al grave, y la quinta al agudo. Esta *inversión* se descubre cada vez más a medida que uno desea penetrar en los secretos de la armonía. Por ejemplo, si comenzamos con los números, cuya progresión natural es ir aumentando, veremos que en la armonía esta progresión debe ir disminuyendo. Si, por una parte, la proporción aritmética puede sernos favorable, por otra parte, lo que llamamos proporción armónica produce el mismo efecto. Si para ajustarse a la primera proporción, es necesario suponer

²⁹ (N.T.) Una razón es una relación entre 2 cantidades a/b, por ejemplo 2:4, y una proporción es una relación entre dos razones (a/b)=(c/d), por ejemplo 1:2=2:4. Para una proporción necesitamos al menos 3 magnitudes: 2 extremos (a y b) y una media (m). Hay 3 proporciones perfectas desde el punto de vista matemático: Proporción geométrica, aritmética, y armónica. Estas 3 proporciones determinan las consonancias musicales.

La proporción geométrica: el primer término es al segundo como el segundo es al tercero ($a/m = m/c$), por ejemplo 1:2:4, ya que $1/2 = 2/4$. Esta proporción determina la octava en música. Contiene la ley de la multiplicación y de la división.

La proporción aritmética: el segundo término excede al primero en la misma cantidad que el tercero excede al segundo ($m-a = b-m$), por ejemplo 2:3:4, ya que $3-2 = 4-3$. Esta proporción determina la división de la octava en quinta y cuarta. Contiene la ley de la suma y de la resta.

La proporción armónica: el segundo término excede al primero en una fracción de éste igual a la fracción en que el segundo término medio es sobrepasado por el tercero $(m-a)/a = (b-m)/b$, por ejemplo 3:4:6, ya que $(4-3)/3 = (6-4)/6$, $1/3 = 2/6$. Esta proporción determina la división de la octava en cuarta y quinta. Contiene la ley de la suma y de la multiplicación.

Estas nociones matemáticas servirán para todos lo que sigue. (Vea Historia de la música en 6 bloques, bloque 6, ética y estética”, Roberto Pajares Alonso, pp. 39-40)